

Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2009/2010
Analisi Matematica

Nome

N. Matricola

Ancona, 06 settembre 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e Domande teoriche, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, detto **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio in ciascun gruppo di domande.

Domande preliminari.

1. (2 punti) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \sin x$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2}$$

Domande teoriche.

1. (5 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat per una funzione reale di variabile reale.
2. (4 punti) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subset \mathbb{R}^2$ una funzione reale. Dare la definizione di derivabilità e differenziabilità in un punto del dominio ed in tutto il dominio ed enunciare le condizioni di necessità e sufficienza che legano derivabilità e differenziabilità (cioè: una funzione derivabile è sempre differenziabile? E una funzione differenziabile è sempre derivabile?).

Esercizi.

1. (4 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = e^{|x-\pi/2|} \cos 2x$$

nell'intervallo $x \in [0, \pi]$.

2. (3 punti) Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D (x^2 + 2y^2) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$.

3. (4 punti) Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale $y' = y^3 \cos x$ per la funzione incognita $y = y(x)$. Determinare quindi la soluzione particolare con la condizione iniziale $y(0) = 1$ e stabilire il dominio in cui tale soluzione è definita.

4. (4 punti) Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \sin^2 x \cos y$$

nel dominio $x \in [-\pi, \pi]$, $y \in [-\pi, \pi]$, e stabilirne la natura mediante lo studio della matrice hessiana.

5. (4 punti) Calcolare la lunghezza della curva piana data da

$$\begin{aligned}x &= \sin t - t \cos t \\y &= t \sin t + \cos t,\end{aligned}$$

$t \in [0, \pi/2]$.