

Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2009/2010
Analisi Matematica

Nome

N. Matricola

Ancona, 17 giugno 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e Domande teoriche, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, detto **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio in ciascun gruppo di domande.

Domande preliminari.

1. (2 punti) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^4 + x - 1}$$
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 1}{x^4 - 1}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-1/x^2}$$

Domande teoriche.

1. (5 punti) Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi per una funzione reale di variabile reale.
2. (4 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza ed unicità del problema di Cauchy per le equazioni differenziali del prim'ordine.

Esercizi.

1. (4 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{(4e^x - 1)(e^x + 2)}{e^x - 1}.$$

2. (3 punti) Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D x^2 y \, dx \, dy$$

dove D è il dominio triangolare di vertici i punti $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$ e $C = (1, 1)$.

3. (4 punti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{aligned} y'' + y' - 2y &= 0 \\ y(0) &= 2, \quad y'(0) = 1. \end{aligned}$$

4. (4 punti) Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = (x^2 - 1) \sin y$$

5. (4 punti) Calcolare la lunghezza della curva piana data da

$$\begin{aligned} x &= \cos^3 \varphi \\ y &= \sin^3 \varphi \\ z &= 0 \end{aligned}$$

(Tale curva è detta “astroide”).