

Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Anno Accademico 2009/2010
Analisi Matematica

Nome

N. Matricola

Ancona, 26 febbraio 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e Domande teoriche, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, detto **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio in ciascun gruppo di domande.

Domande elementari.

1. (4 punti) Risolvere

$$x^4 + x^2 - 6 = 0$$
$$x^4 - x^2 - 6 < 0$$

Domande teoriche.

1. (4 punti) Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri per una funzione reale di variabile reale.
2. (5 punti) Enunciare il problema di Cauchy per le equazioni differenziali ordinarie del second'ordine a coefficienti costanti e dimostrarne esistenza ed unicità della soluzione.

Esercizi.

1. (5 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3}}.$$

2. (3 punti) Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D (y + \sqrt{1+x}) \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq x + 1\}$.

3. (5 punti) Risolvere l'equazione differenziale

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^x$$

con le condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

4. (4 punti) Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = xy e^{x^2 - y^2}$$