Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2017/2018
Analisi Matematica 1 - Studenti A/L
Appello del 4 aprile 2018

Prova teorica - A

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 4 aprile 2018

1. • Fornire la definizione di

$$\lim_{n\to\infty} a_n = l \qquad \lim_{n\to\infty} a_n = +\infty \qquad \lim_{n\to\infty} a_n = -\infty;$$

• utilizzando la definizione di limite, dimostrare che

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 1, \quad \text{dove} \quad a_n = \sqrt{\frac{n+1}{n}}$$

e determinare per quali valori di n si ha $|a_n - 1| < \varepsilon$ con $\varepsilon = 1/10$.

2. • Enunciare e dimostrare il teorema degli zeri per una funzione reale di variabile reale;

• si consideri la funzione $f : [1/2, 2] \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} 1/x, & 1/2 \le x \le 1 \\ -1/x, & 1 < x \le 2; \end{cases}$$

stabilirne l'immagine, il massimo ed il minimo, e verificare l'applicabilità del teorema degli zeri.

3. • Introdurre la definizione di media di una funzione reale di variabile reale su un intervallo $[a, b]$, specificando per quale classe di funzioni la definizione ha senso; quindi, enunciare e dimostrare il teorema della media del calcolo integrale;

• calcolare la media e discutere l'applicazione del teorema della media alla funzione del punto precedente.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2017/2018
Analisi Matematica 1 - Studenti A/L
Appello del 4 aprile 2018

Prova teorica - B

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 4 aprile 2018

1.
   - Dare la definizione di funzione derivabile in un punto ed enunciare e dimostrare il teorema sulla continuità delle funzioni derivabili;
   - caratterizzare i punti di non derivabilità delle funzioni

$$f_1(x) = e^{|x+1|} \qquad f_2(x) = e^{x^{2/3}} \qquad f_3(x) = e^{x^{1/3}}.$$

2.
   - Introdurre la classificazione delle discontinuità per le funzioni reali di variabile reale;
   - identificare i punti di discontinuità delle funzioni

$$f_1(x) = [x], \quad f_2(x) = \frac{x^2 - 5\,x + 6}{x^2 - 4}, \quad f_3(x) = \begin{array}{ll} e^{-1/x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{array}$$

   e determinarne la natura.

3.
   - Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale;
   - sia $f(x)$ una funzione continua su un intervallo $[a, b]$, con $f(a) > 0$ ed $f(b) \neq 0$, e sia $F(x)$ la sua funzione integrale; siano inoltre x_1 e x_2, con $x_1 < x_2$, i soli punti interni all'intervallo $[a, b]$, tali che $f(x_1) = f(x_2) = 0$. Determinare le proprietà di monotonia di $F(x)$.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2017/2018
Analisi Matematica 1 - Studenti A/L
Appello del 4 aprile 2018

Prova teorica - C

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 4 aprile 2018

1. - Enunciare e dimostrare il teorema del confronto fra limiti finiti per le successioni di numeri reali;
   - Dimostrare i limiti notevoli

$$\lim_{n\to\infty} e^{1/n} = 1, \qquad \lim_{n\to\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1$$

   usando opportunamente il teorema del confronto.

2. - Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno per una funzione reale di variabile reale;
   - dimostrare che esiste $a \in \mathbb{R}$ tale che la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{1 - x^2}$$

   è negativa per ogni $x < a$.

3. - Enunciare e dimostrare il teorema del confronto asintotico per gli integrali impropri su intervalli limitati;
   - usando il criterio del confronto asintotico su intervalli limitati determinare le proprietà di convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \tan x \, dx.$$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2017/2018
Analisi Matematica 1 - Studenti A/L
Appello del 4 aprile 2018

Prova teorica - D

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 4 aprile 2018

1.
- Enunciare e dimostrare il teorema sulla regolarità delle successioni monotone;
- stabilire le proprietà di convergenza (dire cioè se sono convergenti, divergenti o irregolari) delle successioni

$$\left\{\frac{e^n}{e^n+1}\right\}_{n=0}^{\infty}, \qquad \left\{\ln\left(\frac{e^n-1}{e^n}\right)\right\}_{n=1}^{\infty}$$

sulla base della loro proprietà di monotonia.

2.
- Enunciare e dimostrare il teorema sul criterio di monotonia per le funzioni derivabili;
- determinare le proprietà di continuità, derivabilità e monotonia della funzione $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ con $f(x) = [x] + x$; studiando il segno della derivata, dire se il teorema è applicabile alla funzione su tutto l'intervallo $[0, 2]$.

3.
- Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi per una funzione reale di variabile reale;
- si consideri la funzione $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ del punto precedente; stabilirne l'immagine, il massimo ed il minimo, e verificare l'applicabilità del teorema dei valori intermedi.