PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA 2
INGEGNERIA INFORMATICA E DELL'AUTOMAZIONE

Anno Accademico: 2017-2018
Facoltà di Ingegneria – Università Politecnica delle Marche
Docente: DOTT. ALESSANDRO CALAMAI

Funzioni di più variabili.
Lo spazio $\mathbb{R}^n$. Norma e distanza. Intorno sferico. Punti di accumulazione, punti isolati. Punti interni. Insiemi aperti e chiusi. Frontiera e chiusura di un insieme.
Funzioni reali di più variabili reali. Dominio, grafico, insiemi di livello. Definizione di limite per funzioni di più variabili. Limiti direzionali. Coordinate polari nel piano e loro utilizzo nel calcolo dei limiti in due variabili. Algebra dei limiti. Teoremi dell'unicità del limite, della permanenza del segno, dei carabinieri. Continuità per funzioni di più variabili. Continuità delle funzioni combinate. Teorema di Weierstrass.
Derivate parziali. Derivate direzionali. Differenziabilità. Piano tangente al grafico. Continuità delle funzioni differenziabili *(dim)*. Derivabilità delle funzioni differenziabili *(dim)*. Formula del gradiente. Teorema del differenziale totale.
Derivate parziali di ordine superiore. Funzioni di classe C^n. Derivate seconde. Teorema di Schwarz. Matrice hessiana. Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat *(dim)*. Condizione necessaria del primo ordine per i punti estremanti. Punti critici. Esempi e confronti su continuità, derivabilità e differenziabilità. Massimi e minimi assoluti.
Formula di Taylor al secondo ordine per funzioni di più variabili. Matrici simmetriche e forme quadratiche associate. Segno di una forma quadratica. Caratterizzazione tramite il determinante e la traccia. Condizione necessaria del secondo ordine per i punti estremanti. Condizione sufficiente del secondo ordine per i punti estremanti. Studio della natura dei punti critici.

Curve. Integrali curvilinei. Forme differenziali.
Funzioni a valori vettoriali. Definizione di limite e di funzione continua. Curve (arco di curva parametrica). Definizione di curva continua, semplice e chiusa. Derivata di una curva: significato geometrico. Retta tangente. Curve regolari e generalmente regolari. Curve in coordinate polari. Esempi di curve. Curve rettificabili. Lunghezza di una curva. Teorema di rettificabilità delle curve regolari. Concatenazione di due curve. Additività della lunghezza. Cambiamenti di parametro. Curve equivalenti. Orientazione. Invarianza della lunghezza *(dim)*. Ascissa curvilinea.
Integrale curvilineo (di prima specie) di una funzione. Invarianza dell'integrale per parametrizzazioni equivalenti e cambi di orientazione *(dim)*. Applicazioni: calcolo del baricentro e dei momenti d'inerzia rispetto a un asse fissato di una linea materiale.
Campi vettoriali nello spazio. Lavoro di un campo di forze lungo un cammino orientato. Forme differenziali lineari nello spazio. Forme differenziali lineari in $\mathbb{R}^n$. Esempio: il differenziale di una funzione reale di più variabili reali. Integrale di una forma lungo una curva orientata, o integrale curvilineo di seconda specie. Invarianza dell'integrale per parametrizzazioni equivalenti. Forme esatte. Campi conservativi. Primitive di una forma in un aperto connesso. Teorema fondamentale *(dim)*. Teorema di caratterizzazione delle forme esatte *(dim)*. Forme esatte e chiuse in $\mathbb{R}^2$. Forme chiuse in un rettangolo. Esempio di forma chiusa ma non esatta. Aperti semplicemente connessi. Teorema di Poincaré. Forme in $\mathbb{R}^3$ e campi vettoriali. Forme esatte e campi conservativi. Potenziale. Forme chiuse e campi irrotazionali. Calcolo di primitive. Calcolo di integrali tramite le primitive.

Integrali multipli.
Integrale doppio di una funzione limitata in un rettangolo. Integrabilità delle funzioni continue. Interpretazione dell'integrale doppio come volume. Teorema di Fubini per i rettangoli. Integrale su un insieme limitato. Insiemi semplici e insiemi regolari. Formule di riduzione. Insiemi misurabili e loro area. Esempio di una funzione limitata non integrabile (in una variabile). Trasformazioni di coordinate ammissibili. Formula del cambiamento di coordinate negli integrali doppi. Coordinate polari nel piano. Applicazioni dell'integrale doppio al calcolo del baricentro e dei momenti d'inerzia rispetto a un asse fissato di una lamina materiale.

Integrale triplo. Funzioni limitate in un parallelepipedo. Teorema di Fubini per gli integrali tripli. Integrale su un insieme limitato di $\mathbb{R}^3$. Insiemi misurabili e loro volume. Integrazione per fili e per strati. Formule di riduzione. Applicazioni dell'integrale triplo al calcolo del baricentro e dei momenti d'inerzia rispetto a un asse fissato di un corpo solido. Trasformazioni di coordinate ammissibili. Formula del cambiamento di coordinate negli integrali tripli. Coordinate sferiche e coordinate cilindriche nello spazio. Applicazioni degli integrali tripli al calcolo del baricentro e dei momenti d'inerzia rispetto a un asse fissato di un corpo solido materiale. Esempi di integrali doppi su insiemi illimitati di $\mathbb{R}^2$.
Convenzione sull'orientazione dei circuiti nel piano. Domini regolari nel piano. Orientazione positiva del bordo. Formula di Gauss-Green *(dim)*. Formule dell'area. Teorema della divergenza nel piano *(dim)*.

Funzioni di una variabile complessa. Funzioni olomorfe. Residui.
Il campo complesso. Potenze e radici n-esime. Esponenziale complesso. Formula di Eulero. Funzioni di una variabile complessa. Funzioni elementari. Limiti e continuità. Funzioni inverse e regioni fondamentali. Logaritmo complesso. Continuità del logaritmo e delle potenze in campo complesso. Funzioni olomorfe. Derivabilità e differenziabilità. Condizioni di Cauchy-Riemann *(dim)*. Olomorfia delle funzioni elementari. Condizioni di Cauchy-Riemann in coordinate polari. Curve regolari e integrali curvilinei. Integrazione in campo complesso. Forme differenziali lineari associate a una funzione complessa. Primitive di una funzione. Teorema fondamentale *(dim)*. Teorema di equivalenza. Primitive e forme differenziali lineari. Teorema dell'integrale nullo di Cauchy *(dim)*. Teorema di omotopia. Formule di Fresnel. Formula integrale di Cauchy *(dim)*.
Serie di potenze in campo complesso. Teorema di derivazione per serie. Funzioni analitiche. Analiticità delle funzioni olomorfe *(dim)*. Proprietà delle funzioni analitiche. Sviluppi notevoli in serie di Taylor. Zeri di funzioni analitiche. Principio di identità *(dim)*. Prolungamento analitico. Disuguaglianze di Cauchy *(dim)*. Teorema di Liouville *(dim)*. Teorema fondamentale dell'algebra *(dim)*.
Punti di singolarità isolata e loro classificazione. Residui. Calcolo di residui nel caso di poli. Serie bilatere. Sviluppo in serie di Laurent. Teorema di sviluppabilità *(dim)*. Classificazione delle singolarità isolate con le serie di Laurent e applicazione al calcolo di residui. Teorema dei residui *(dim)*. Lemma del grande cerchio *(dim)*. Lemma del piccolo cerchio *(dim)*. Lemma di Jordan. Calcolo di integrali con il metodo dei residui.

Equazioni differenziali ordinarie.
Equazioni del primo ordine. Equazioni del primo ordine in forma normale. Definizione di soluzione. Integrale generale e integrali particolari. Condizione iniziale. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità. Tecniche risolutive. Equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del primo ordine. Formula risolutiva.
Equazioni del secondo ordine in forma normale. Definizione di soluzione. Condizioni iniziali. Sistema del primo ordine equivalente. Esistenza e unicità della soluzione. Equazioni lineari. Teorema di struttura dell'insieme delle soluzioni di un'equazione lineare non omogenea *(dim)*. Dimensione dell'insieme delle soluzioni di un'equazione omogenea. Funzioni linearmente indipendenti. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti. Equazioni lineari omogenee. Integrale generale. Polinomio caratteristico. Equazioni omogenee: soluzioni complesse. Equazioni non omogenee: soluzioni particolari. Metodo di somiglianza. Principio di sovrapposizione. Metodo della variazione delle costanti.

Trasformate di Fourier e di Laplace.
Richiami sugli integrali impropri. Funzioni sommabili. Valore principale. Definizione di trasformata di Fourier. Definizione di trasformata di Laplace (TL). Ascissa di convergenza. Proprietà algebriche e differenziali della TL. TL della derivata. Inversione della TL. Utilizzo della Trasformata di Laplace nelle equazioni differenziali.

Testi di riferimento:

- "Analisi Matematica 2" – M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Ed.Zanichelli.
- "Matematica per l'ingegneria dell'informazione" – G.C. Barozzi, Ed.Zanichelli.