

Prima prova scritta di Analisi Matematica 1
Ing. Civile e Ambientale – A.A. 2012/13

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Dare le definizioni di serie numerica, di serie convergente, divergente e assolutamente convergente.

Discutere l'esistenza:

i) di una serie convergente e non assolutamente convergente,

ii) di una serie assolutamente convergente e non convergente.

2) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

3) Enunciare e dimostrare il Teorema di integrabilità delle funzioni monotone.

Fornire un esempio di funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ monotona e discontinua in un intervallo aperto I , discutendo l'integrabilità di f e l'esistenza di primitive di f in I .

4) Sia $\{a_n\}$ una successione positiva e infinitesima. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

a) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n$ è convergente.

b) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ è divergente.

c) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^3}$ è convergente.