

Prima prova scritta di Analisi Matematica 1
Ing. Civile e Ambientale – A.A. 2012/13 – 03/10/2013

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Dimostrare che, se $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ sono due successioni tali che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \ell_1$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \ell_2$ con $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$, allora si ha $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \ell_1 - \ell_2$.
Dimostrare poi che se $\ell_1 \in \mathbb{R}$ e $\ell_2 = -\infty$, allora si ha $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = +\infty$.

2) Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

3) Enunciare il criterio di integrabilità. Enunciare e dimostrare il Teorema di integrabilità delle funzioni monotone.

4) Siano $\{a_n\}$ una successione infinitesima. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

a) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt[3]{n}}$ è divergente.

b) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^3}$ è convergente.

c) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt[3]{n}}$ è convergente.