

**Prima prova scritta di Analisi Matematica 1**  
**Ing. Civile e Ambientale – A.A. 2012/13 – 31/05/2013**

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_ Immatricolato nel \_\_\_\_\_

1) Dimostrare che ogni successione convergente è limitata. Mostrare con un esempio che il viceversa non vale.

2) Dare la definizione di derivata di una funzione e l'interpretazione geometrica. Dimostrare che se  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile in  $x_0 \in I$ , allora  $f$  è continua in  $x_0$ .

3) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

4) Siano  $\{a_n\}$  e  $\{b_n\}$  due successioni infinitesime e tali che  $a_n \sim 1/n$  e  $b_n \sim 1/n^3$  per  $n \rightarrow +\infty$ . Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

a) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{b_n}$  è convergente.

b) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$  è convergente.

c) La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  è divergente.