# Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 – B
# Ing. Civile e Ambientale – A.A. 2012/13 – 08/03/2013

Cognome:_____ Nome:_____Matricola:_____ Immatricolato nel _____

**1)** Enunciare e dimostrare il Teorema della permanenza del segno per le successioni.

**2)** Enunciare e dimostrare il Teorema di Weierstrass. Discutere l'esistenza di funzioni continue prive di massimo su intervalli non chiusi oppure non limitati. Che cosa si può dire dell'immagine di una funzione $f$ continua in un intervallo limitato e chiuso $[a, b]$?

**3)** Dare le definizioni di serie numerica e di serie convergente e divergente. Dimostrare il criterio della radice per le serie a termini positivi.

**4)** Siano $f$ e $g$ due funzioni infinitesime per $x \to 0$ e tali che $f(x) = o(x)$ e $g(x) = o(x)$ per $x \to 0$. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

*a)* Si ha $f(x) \cdot g(x) = o(x^2)$ per $x \to 0$.

*b)* La funzione $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ è infinitesima per $x \to 0$.

*c)* Si ha $f(x) + g(x) = o(x^2)$ per $x \to 0$.