Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 – A
Ing. Civile e Ambientale – A.A. 2012/13 – 08/03/2013

Cognome:_____ Nome:_____Matricola:_____ Immatricolato nel _____

1) Enunciare e dimostrare il Teorema dei due carabinieri per le successioni.

2) Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza degli zeri. Enunciare poi il Teorema dei valori intermedi e discutere l'esistenza di funzioni continue la cui immagine non è un intervallo.

3) Enunciare il criterio di integrabilità. Enunciare e dimostrare il Teorema di integrabilità delle funzioni monotone.

4) Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime e tali che $a_n = o(1/n)$ e $b_n = o(1/n)$ per $n \to +\infty$. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

a) Si ha $a_n \cdot b_n = o(1/n^2)$ per $n \to +\infty$.

b) La successione $\left\{ \dfrac{a_n}{b_n} \right\}$ è limitata.

c) Si ha $a_n - b_n = o(1/n^2)$ per $n \to +\infty$.