

Prima prova scritta di Analisi Matematica 1 – B
Ing. Civile e Ambientale – A.A. 2012/13 – 15/02/2013

Cognome: _____ Nome: _____ Matricola: _____ Immatricolato nel _____

1) Dimostrare che, se $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ sono due successioni tali che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \ell_1$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \ell_2$ con $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$, allora si ha $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \ell_1 \ell_2$.
Dimostrare poi che se $\ell_1 = +\infty$ e $\ell_2 > 0$, allora si ha $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = +\infty$.

2) Dare le definizioni di punto di estremo relativo e di punto critico per una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

3) Fornire le definizioni di serie numerica e di serie convergente e divergente. Enunciare e dimostrare il criterio del confronto per le serie a termini non negativi.

4) Sia $f : [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, non negativa e infinitesima per $x \rightarrow +\infty$. Provare di ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa.

a) L'integrale improprio $\int_2^{+\infty} \frac{f(x)}{\log x} dx$ è convergente.

b) L'integrale improprio $\int_2^{+\infty} x^2 f(x) dx$ è divergente.

c) L'integrale improprio $\int_2^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2} dx$ è convergente.